

Session 2009

MAT-09-PG2

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Mercredi 29 avril 2009 - de 8h 30 à 11h 30
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 7 pages (dont 1 page de garde et 3 pages d'annexes), numérotées de 1/7 à 7/7. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.

S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage d'une calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

Exercice 1 (4 points)

Dans cet exercice, a , b et c sont des chiffres compris entre 1 et 9.

On considère des nombres écrits en base dix avec ces chiffres et on note, par exemple, $\overline{bac}$ le nombre dont b est le chiffre des centaines, a celui des dizaines et c celui des unités.

Les questions sont indépendantes.

- 1) Voici 4 nombres : 7, 13, 57 et 61. Parmi ces nombres, lequel n'est pas un nombre premier ? Justifier.
- 2) a) Le nombre 3737 est-il un nombre premier ? Justifier.
b) Un nombre de la forme $\overline{abab}$ peut-il être un nombre premier ? Justifier.
- 3) a) On considère les trois nombres $\overline{abc}$, $\overline{abb}$ et $\overline{acc}$. Montrer que la somme de ces trois nombres est un nombre divisible par 3.
b) On considère les deux nombres $\overline{cba}$ et $\overline{bba}$. Proposer un troisième nombre de trois chiffres, uniquement formé avec des chiffres choisis parmi les chiffres a , b et c , pour que la somme des trois nombres soit divisible par 3. Justifier.

Question complémentaire (3 points)

Le document de l'**annexe 1** présente l'énoncé d'un exercice proposé dans le cadre de l'évaluation CE2 et les réponses de trois élèves.

- 1) Pour les élèves A, B et C, décrire les procédures utilisées et repérer les erreurs commises en formulant des hypothèses sur leur origine (présenter la réponse dans un tableau).
- 2) Pour l'élève B, le maître propose les deux situations suivantes, analogues à l'exercice initial.
Pour chacune de ces situations, préciser l'intention du maître.
Situation 1 : il a 3 billets de 10 €.
Situation 2 : il a 7 pièces de 2 € et une pièce de 1 €.
- 3) Lors d'une séance suivante, ce même enseignant de CE2 propose à toute la classe le problème suivant comme situation d'échange :
J'ai un billet de 50 € et je veux l'échanger contre des billets de 5 €. Combien de billets de 5 € puis-je obtenir ?

Donner un avantage et un inconvénient du choix de ces valeurs numériques.

Exercice 2 (4 points)

Une marque de peintures murales propose des pots de peinture au prix de vente de 39 € l'un. On appellera par la suite ces pots, des pots « hors promotion ».

Cette marque propose aussi, en promotion, pour le même prix de 39 € le pot, des pots de 3 litres sur lesquels un bandeau indique :

+ 20% gratuit
Ce pot permet de couvrir 48 m²

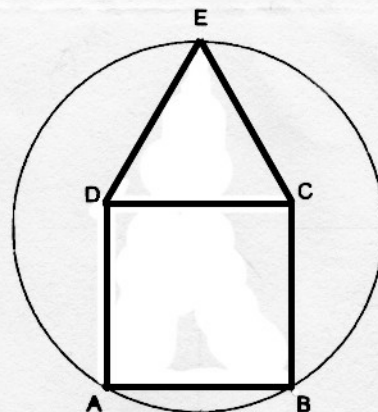
On notera qu'il est sous entendu que les 20% gratuits portent sur la contenance des pots « hors promotion ».

- 1) Quel est le volume d'un pot de peinture « hors promotion » ?
- 2) A quel prix revient, pour le client, un litre de peinture prélevé dans un pot « hors promotion » ?
- 3) Finalement, de combien en pourcentage le prix au litre a-t-il baissé ? (on donnera un arrondi de cette valeur au dixième).
- 4) On doit peindre les quatre parois et le fond d'une piscine parallélépipédique de longueur 6 mètres, de largeur 5 mètres et de profondeur 2,25 mètres avec 3 couches de peinture.
Quelle est l'économie en euros réalisée grâce à la promotion ?

Exercice 3 (4 points)

On considère la figure ci-contre constituée d'un cercle Γ passant par les sommets A et B d'un carré ABCD de côté a et par le sommet E d'un triangle équilatéral EDC extérieur au carré.

L'objectif de cet exercice est de déterminer le rayon et le centre O du cercle Γ .



- 1) Soit A' le point d'intersection, autre que A, du cercle et de la droite (AD).
Démontrer que les points A', O et B sont alignés.
- 2) Soit Δ la médiatrice du segment [AB].
 - a) Démontrer que le point E appartient à la droite Δ .
 - b) Proposer une méthode de construction de la droite Δ utilisant uniquement la règle non graduée.
 - c) Démontrer que le point O appartient à la droite Δ .
 - d) Proposer une méthode de construction du point O utilisant uniquement la règle non graduée.
- 3) Quelle est la nature des triangles EDA et EOA ? En déduire que $\widehat{DAO} = 30^\circ$.
- 4) Quelle est la nature du triangle AOB ? En déduire la longueur du rayon du cercle.

Question complémentaire (5 points)

1) La figure donnée dans l'exercice 3 (ci-dessus) est le support d'une situation de communication (de type émetteur – récepteur) donnée à l'école élémentaire en CE2 et en CM2.

En **annexe 2**, sont données la consigne et la production d'un élève de CE2 ainsi que la consigne et la production d'un élève de CM2. Ces deux élèves émetteurs disposaient de la figure mais n'avaient pas à la construire. Les mesures données par les élèves correspondent aux figures dont ils disposaient.

En s'appuyant sur des indices tirés de la comparaison entre ces deux productions, donner trois arguments qui révèlent une évolution des connaissances et des acquis au cours du cycle 3.

2) Un enseignant de CM2 propose l'activité de construction ci-dessous (d'après « Apprentissages géométriques et résolution de problèmes Cycle 3 », page 393, Hatier Ermel, 2006) :

Faire une figure correspondant à la description suivante.

La figure se compose d'un carré et d'un cercle tels que :

- le centre du cercle est le milieu d'un côté du carré,
- le cercle passe par deux sommets du carré.

- a) Dessiner à main levée les deux types de figures que l'enseignant peut s'attendre à obtenir comme production de l'élève.
- b) Parmi ces deux types de figures, lequel est susceptible d'apparaître le plus fréquemment ? Justifier ce choix.

3) Le maître propose, ensuite, une activité de description à partir de figures reproduites en **annexe 3** en formulant la consigne :

« Choisissez une figure parmi celles proposées et souvenez vous de sa lettre repère. Rédigez une description qui permettra de retrouver exactement la figure choisie. Vous n'avez pas le droit d'utiliser votre double décimètre ».

En quoi l'activité de construction a-t-elle préparé à cette activité de description ?

4) Le maître demande à un groupe d'élèves de décrire la figure N ; ces élèves fournissent la description suivante :

« Le cercle passe par un sommet du carré. »

Le reste du groupe classe propose les quatre figures A, C, N et O comme conformes à la description.

- a) Analyser la recevabilité de ces propositions et les erreurs que commettent, éventuellement, les élèves à travers ces choix de figures.
- b) Envisager comment les autres élèves de la classe pourraient aider les auteurs de la description à compléter leur message, afin qu'il n'y ait pas d'ambiguïté pour la reconnaissance de la figure N.

5) La nature et le choix des figures de l'**annexe 3** amènent à faire utiliser par les élèves des mots de vocabulaire spécifique dans leur description. En citer quatre.

6) En quoi l'interdiction d'utiliser le double décimètre a-t-elle une incidence sur les procédures des élèves ?

ANNEXE 1

Extrait de l'évaluation CE2 de 2003, exercice n°13

Un enfant compte son argent de poche. Il a 2 billets de 10 €, 4 pièces de 2 €, 7 pièces de 1 €. Il veut échanger tout cet argent contre des billets de 5 €.

Combien de billets de 5 € lui donnera-t-on en échange de tout cet argent ?

ELEVE A

Il peut obtenir 36 billets de 5 €.

ELEVE B

Il peut obtenir 3 billets de 5 euro.

il aura obtenu 7 billets de 5 €.

ELEVE C

CE.2 Léa 1. Explique comment construire cette figure à quelqu'un qui ne l'a pas vue.

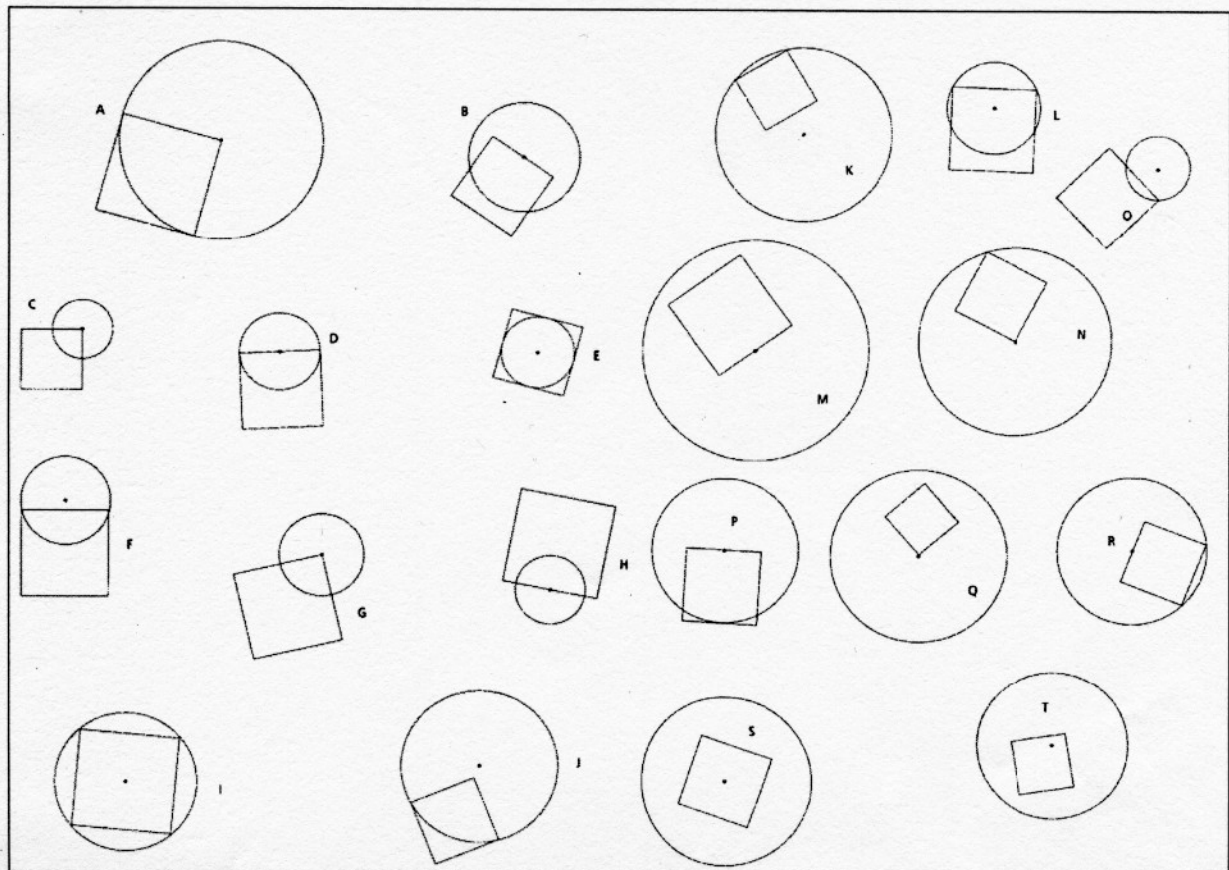
- 1- tout d'abord trace un rond.
- 2- trace une maison dans le rond.
- 3- une maison avec un carré en bas et un triangle en haut (du rond bien sur)
- 4- Le carré mesure 5 cm.
- 5- Le triangle est un triangle équilatéral de 5 cm.

C112 Zorn

Rédige un programme permettant à quelqu'un qui ne l'a pas vue de construire la figure.

- 1. trace un cercle dont un rayon mesure 3,5 cm.
- 2. trace un carré dont les côtés font 3,5 cm et 2 côtés coin touche le cercle.
- 3. trace un triangle équilatéral, dont les côtés font 3,5 cm et qui est posé sur le carré

ANNEXE 3



« Apprentissages géométriques et résolution de problèmes Cycle 3 », p393, Hatier Ermel, 2006